

О границе между аттрактором Лоренца и квазиаттрактором в системе Шимицу-Мориока.*

А. А. Бобровский¹✉, К. А. Сафонов¹✉

¹ Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Лаборатория динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, 603155, Россия,
Нижний Новгород, Большая Печерская, 25/12
✉ abobrovskiy@hse.ru, ✉ safonov.klim@yandex.ru

В данной работе рассмотрена система Шимицу - Мориока

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x - ay - xz \\ \dot{z} = -bz + x^2 \end{cases} \quad (1)$$

где a, b - параметры. В работах [1], [2] было показано существование аттрактора Лоренца в системе (1) и исследованы границы существования аттрактора. Одной из существенных кривых, ограничивающих область существования аттрактора Лоренца, является бифуркация зануления сепаратрисной величины, приводящая к разрушению псевдогиперболической структуры. В данной работе исследуются сценарии исчезновения аттрактора Лоренца в окрестности этой кривой. В этой работе будет показано, что в этом случае граница существования аттрактора Лоренца имеет фрактальную структуру в отличие от аттрактора Лоренца в классической системе Лоренца. Данное отличие определяется значением седлового индекса состояния равновесия.

Для более детального изучения данной области мы проводим численные исследования одномерного отображения

$$\bar{x} = (-\mu + A|x|^\nu + B|x|^{2\nu})\text{sign}(x) \quad (2)$$

моделирующего поведение системы Шимицу-Мориока около кривой зануления сепаратрисной величины при малых значениях A , известного нам из работы [4]. В данном отображении ν является седловым индексом (отношение ближайших к нулю собственных чисел), μ - параметр расщепления петли, а параметр A называется сепаратрисной величиной.

*Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2019-1931.

Делая замену $x = \mu y$, получаем

$$\bar{x} = (-1 + \bar{A}|x|^\nu + \bar{B}|x|^{2\nu})\text{sign}(x) \quad (3)$$

где $\bar{A} = A\mu^{\nu-1}$, а $\bar{B} = B\mu^{2\nu-1}$. На Рис. 1 представления бифуркационная диаграмма для отображения (3) при $\nu = 0.8$ на плоскости параметров (\bar{B}, \bar{A}) .

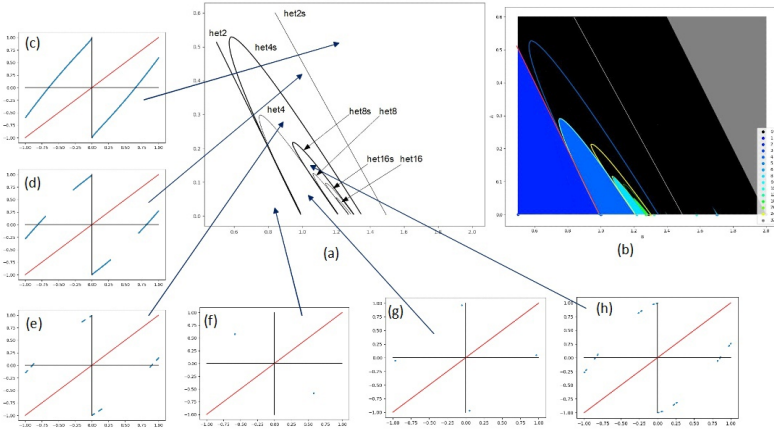


Рис. 1. На рисунке представлен фрагмент бифуркационной диаграммы для отображения (3) при $\nu = 0.8$. Черный цвет на рис. (b) соответствует области существования аттрактора Лоренца. Граница области состоит из кривых гетероклинических бифуркаций, на которых неустойчивая сепаратриса состояния равновесия принадлежит устойчивому многообразию некоторых седловых циклов. Также выделены области с аттракторами различной топологической структуры (с различным числом лагун).

Список литературы

1. *Shilnikov A. L.* On bifurcations of the Lorenz attractor in the Shimizu-Morioka model //Physica D: Nonlinear Phenomena. 1993.
2. *Xing T., Barrio R., Shilnikov A.* Symbolic quest into homoclinic chaos //International Journal of Bifurcation and Chaos. 2014. Vol. 24. No. 08. pp. 1440004.
3. *Lorenz E.N.* Deterministic nonperiodic flow //Journal of the atmospheric sciences. - 1963.
4. *Bykov V. V., Shilnikov A. L.* On the boundaries of the domain of existence of the Lorenz attractor //Selecta Math. Soviet. - 1992. - T. 11. - №. 4. - С. 375-382.